# 情報不足のもとでの遠距離市場からの商品の調達

## The Buying of Commodities from the Distant Markets under the Scarcity of Information

上　野　皓　司
Ueno, Koji

ABSTRACT

When informations of markets are scarce and the markets are far from the original point, how should the buyer of commodities travel the route of markets and complete the buying of planned amounts of commodities? The travelling of distant markets need much cost, and the prices and the amounts of commodities which are supplied at each markets are not known beforehand. The methods to estimate the expenditure of the buying are discussed under the probability distribution.

人や物が移動すれば必ず費用を要するが，その移動は一定の理由や目的を有している。国外と取引をする流通業者であれば，商品の売買による収益を高め移動経費を低くしようとし，物を移動するだけの輸送業者であれば車両や運転手の移動距離や時間賃金を低くしようとする。以下では前者の検討を目指しているが，後者の近年の研究は長距離を移動する前者の研究に示唆を与えている。後者の研究の一例は，複数地点で集配する車両が集配センターを中心に移動するさいに，移動距離や経費をいかにすれば最小にできるかの検討であり，1980年代初期から始まる車両ルート問題（VRP＝Vehicle Routing Problem）である。最近の研究では，Li, Simchi-Levi and Desrochers（1992）は車両走行距離や使用車両数の最小化を，Desrochers, Desrosiers and Solomon（1992）は顧客が認める

集配サービス窓口時間内での輸送コストの最小化を求めている。これらは集配地点での需要量は既知であることを前提にしているが，車が立ち寄る地点の顧客数や需要量が未知であれば，一定の輸送能力しか有しない車が配送センターと回収地点との間を往復しつつ，どのようにして回収の距離やコストを少なくすることができるかが検討され，Bertsimas (1992) は回収地点の需要量は未知であるが，一定の確率分布に従うという前提のもとで，走行距離を最短にする方法を求め，この問題を不確定車両ルート問題 (SVRPs＝Stochastic Vehicle Routing Problem) と呼び，Gendreau, Laporte and Séguin (1996) は，各集配地点の顧客数とその需要量が不確定なもとで回収コストを最小にする方法を検討し，これを車両ルート問題不確定需要と顧客 (VRPSDC＝Vehicle Routing Problem Stochastic Demands and Customers) と名付けている。車両ルート問題の顧客数や需要量を価格や購入額に置き換えれば，前者の問題について示唆を得ることができる。

また移動セールスマン問題 (TSP＝Traveling Salesman Problem) は各地点を必ず一度訪れ，移動経費を最小にするルートを求めており，Dumas, Desrosiers and Gelinas (1995) は一定時間内に所定の地点を訪れるという条件のもとで最小経費の経路を求める方法を検討し，1736 に数学者 Euler によって解かれた有名なケーニヒスブルグ橋問題から出発するアーク・ルート問題 (ARP＝Arc Routing Problem) の現代版である中国人郵便配達人問題 (CPP＝Chinese Postman Problem) は一巡によって複雑なグラフ上の各点を最小限一回訪れることができるかどうかを求めるが，Eiselt, Gendreau and Laporte (1995) にはこれらの研究の展望が見られ，多数の市場を訪れるさいの旅費の最小化に示唆を与えている。

これらの研究を参考にしながら以下では前者の問題を次のように設定する。すなわちある商品を遠く離れた複数地域の市場から購入しようとするとき，どのような買い物行動をすればもっとも安価に入手することができるであろうか。この問題は市場の価格や供給量が絶えず変化したり，市場についての情報を十

分に把握することができないときに発生する。一般に大手の購入業者は情報収集力や供給業者との好環境のもとで商品の価格や供給量をコントロールし，最善に近い購入体制を設定できる可能性が高い。しかし零細な流通業者や個人は不十分な知識のもとで市場の不確定性に対処しなければならない。以下では後者のような人々の支出額や旅費がどのような額になるかを検討する。

ここでは遠く離れた $A$ から $C$ までの 3 市場を想定し，①各市場での価格や調達可能量が不確定。②各市場までの買い回り費用や各市場からの商品の輸送費が一定，な状況を常に仮定する。

## 1. 購入者の買い回り行動

求めている商品の種類や必要量は購入者によって多様であるが，特定の商品を $Q$ 量求める購入者を考える。この購入者は市場の状況を全く知らないときどのようにすれば最も合理的に買い物をすることができるであろうか。その要件は，①低価格，②買い回り費用と購入した市場からの商品輸送費の低さ，であるが，これらを実現するためには，(1) 出発地点から訪れる各市場への経路の選択，(2) 訪れた市場での価格と購入量の比較考慮，が有効に行われなければならない。

(1) についてはいくつかの選択が可能である。出発地を $O$ と表し，一度出発地を出れば必要な購入を完了するまで出発地に戻らないという条件のもとでは，$ABC$, $ACB$, $BCA$, $BAC$, $CAB$, $CBA$ の 6 種類の経路があり，1 度訪れた市場に再度戻ることがあれば，これ以上の多数の経路が存在する。一度出発地を出れば必要な購入を完了するまで出発地に戻らないという条件を「帰還禁止」，1 度訪れた市場に再度戻ることが可能な買い回りを「市場間移動可能」，1 度訪れた市場に再度戻ることが交通費や所要時間等のために禁止された買い回りを「市場間移動禁止」，と呼べば，「帰還禁止」のもとでは「市場間移動可能」と「市場間移動禁止」の二つの場合が存在する。

### 1－1.　市場間移動が可能なもとでの選択

帰還禁止のもとで市場間移動が可能なとき購入者は訪れた市場の価格や購入可能量を比較考慮して各市場での購入量を決定する[1]。このとき最初に訪れたときの価格や購入可能量が再度訪れたときと同じかどうかという点と市場間を移動するさいの交通費や時間賃金の点の二つの問題が発生する。ここでは前者を「市場の画一性問題」，後者を「買い回り費用問題」と名付けておく。最初に訪れた時の価格や購入可能量が再度訪れたときと同じ状況である「市場が画一的」なときは，「買い回り費用」と価格や購入量の比較が最適な購入の条件になる。

### 1－2.　市場間移動が可能で市場が画一的なときの購入行動

市場価格や購入可能量が再度訪れたときも同じであれば，購入者は $ABC$ 間を任意に往復するが，このとき問題は買い回り費用と購入金額の比較である。求めている商品の種類を $i$（$i=1, 2, \cdots, m$），各市場を $j$（$j=A, B, C$）と表し，各市場の価格を $p_{ij}$，供給可能量の最大値を $q_{ij\max}$，各市場での実際の購入量を $q_{ij}$ と表す。ここで価格は現地受け渡し価格と出発地 $O$ までの輸送費が商品１単位ごとに含まれていると仮定する[2]。また市場間の買い回り費用を $h_{jj}$ と表す。この買い回り費用は交通費と同時に購入者の時間賃金を含んでいる[3]。$h_{AA}$ と $h_{BB}$，$h_{CC}$ は同

(1) 経費や時間の点から $A$ から $B$ への移動が一度出発地に戻って $B$ へ行くほうが有利であることがある。航空機の便数や割引料金等の問題の場合である。帰還禁止のもとではこのような点は考慮しない。

(2) 商品の輸送費は航空機，船，鉄道，自動車等によって異なり，輸送時間や配送の便宜が費用と関連する。もし市場の位置や利用可能性によって輸送費が異なれば，これらを各市場の商品価格に独自に算入しなければならない。ここではすべての市場で輸送費は同一であると仮定しているが，ときには輸送手段をそれぞれの市場で選択する必要も生じる。輸送手段も相互に競争しており，料金は絶えず変化している。これらについては例えば Inaba, and Wallace (1989) 参照。

(3) 遠距離を旅行し売買を行うためには輸送機関に支払う料金以外に多額の人件費を要し，旅費への配慮が重要であるが，航空機や船舶の発展は旅行に要する時間を短縮し，人件費の削減に寄与している。これらによる旅費の削減が社会全体でどの程度になるかは明らかではないが，Moses and Williamson, Jr. (1963) や Beesley (1965) には米国や英国の都市内交通をモデルにした時間価値の評価方法の研究が見らる。また Button (1993) は 1965 年から 1990 年

じ市場間を移動する費用であり，ここでは0と考える。買い回り費用は市場間の移動経費以外に出発地と市場の往復費用 $k_{oj}+k_{jo}$ を含んでいる。$k_{oj}$ は出発地 $O$ から $j$ への往路費用を，$k_{jo}$ は $j$ から出発地 $O$ への復路費用である。これらすべての交通費と時間賃金を合わせて「旅費」と呼ぶ。このとき目指すべきは商品の必要量 $Q_i$ を最小の支出額 $G$ で調達することであり，

$$G=\sum_i\sum_j q_{ij}p_{ij}+\sum_j\sum_j h_{jj}+k_{oj}+k_{jo} \qquad i=1,2,\cdots,m,\quad j=A,B,C, \tag{1}$$

を制約条件

$$q_{ij}\leqq q_{ij\max} \qquad i=1,2,\cdots,m,\quad j=A,B,C, \tag{2}$$

$$Q_i=\sum_j q_{ij} \qquad i=1,2,\cdots,m,\quad j=A,B,C, \tag{3}$$

のもとで最小にすることである。(4)

### 1－3.　市場間移動が可能で市場が画一的でないときの購入行動

支出額 $G$ を少なくするためには商品の購入額 $\sum\sum q_{ij}p_{ij}$ と旅費 $\sum\sum h_{jj}+k_{oj}+k_{jo}$ をできるだけ小さくしなければならないが，商品の購入額 $\sum\sum q_{ij}p_{ij}$ を小さくするためにはすべての市場の状況を知らなければならず，最初に一切購入せずに市場を回らなければならない。このような方法は「市場一巡後の調達」とでも呼ぶことができる。しかしこの方法では市場一巡のための経費がまず必要になる。市場が画一的で多額の商品調達のさいには有利であるが，市場が画一的でないときや少額の商品調達のさいには一般に不利である。市場一巡後に価格や供給可能量が変化し市場一巡の意味がなくなっている可能性があり，商品購入

までの交通の改善による各国での旅行時間価値推計の研究を展望している。今後交通手段と人々の時間的な経費の関連がより詳細に検討される必要がある。

（4）家庭用品の一般的な買い回りでは遠距離の範囲内を巡ればより安く購入できる傾向がある。これまで大都市の中心街 (Central Business District), 地域センター (regional centers), コミュニティー・センター (community centers), 近隣センター (neighborhood centers) の4区分のもとで価格，距離，買い物行動の相互関係が検討されており，Kristensen and Tkocz (1994) には価格と距離の理論的な研究の一例が見られる。家庭用品では大都市の中心街に大規模で安価なショッピング・センターが存在することがある程度明らかであるが，ここでは市場価格は距離とは無関係であると仮定している。

額に比べて旅費が相対的に大きな割合を占めるからである。したがって市場が画一的で多額の商品調達のさいにはまず$\sum\sum h_{jj}$を支出し価格や供給可能量を知った上で$\sum\sum q_{ij}p_{ij}$を最小にする購入方法を考えることが$G$を少なくすることになるが[(5)]，市場が画一的でないときや少額の商品調達のさいには$\sum\sum q_{ij}p_{ij}$と$\sum\sum h_{jj}$の両者を比較考慮しながら行動することになる。現実には市場を十分に知らないままに商品を購入することになり，最初に訪れた市場や2回目や3回目に訪れる市場で必要量のすべてや一部を購入する。このような方法は「市場一巡前の調達」とでも呼ぶことができる。

市場が変化するときでもその変化が相対的に僅かであればかなりの額を購入するときは市場一巡後の調達が有利であることがある。しかしここでは市場の動きの割合から市場が画一的かそうでないかを判断し，「市場が画一的」とは相対的に変化が少ないときを意味し，時間的に変化が大きいときは「市場が画一的ではない」と考える。したがって「市場が画一的ではない」ときは「市場一巡後の調達」は市場間移動の旅費を無駄にする可能性が高く，「市場一巡前の調達」が行われると考える。

「市場一巡前の調達」では直感的に購入するために，最初の市場価格が低くても購入者が次の市場がより低いと判断すれば購入しないで次の市場に行くことがある。このとき2種類のリスクが発生する。一つは価格，他は調達可能量である。もし次の市場の価格が高いときや供給可能量が少ないときは第3の市場に赴くが，この市場の価格が高いときや供給可能量が少ないときは，3市場を一巡後も商品を調達することができず，最初に訪れた市場や2度目の市場を再度訪れるか，十分に調達しないまま帰還することになるが，「帰還禁止」は調達の完了を前提にしているために，再度他の市場を訪れることになる。このとき「市場が画一的ではない」ために他の市場の価格や調達可能量は最初に訪れたときとは違っており，新たな判断が必要になる[(6)]。

---

（5） 市場を一巡せずランダムに購入しても市場を一巡後検討するより$G$を少なくする場合がある。しかしこのような可能性はまれである。

## 2. 市場間移動が可能で市場が画一的でないときの支出額

市場間移動が可能で市場が画一的でないとき，市場の情報を事前に得ることができない購入者が[7]市場を訪れる順序の選択は直感による以外にはない。そこで市場を訪れる順序や購入の選択の差異によって支出額がどのように異なるかを具体例によって考える。

### 2−1. 商品が1種類のときの支出額

ここでは三つの市場があるために一巡するだけでも $ABC$, $ACB$, $BCA$, $BAC$, $CAB$, $CBA$ の6種類の経路が存在する。旅費の節約のために一巡以内に購入を完了しようとすれば，これら6種類の経路の選択以外にどの市場でどれだけ購入するかの選択が必要になる。最初に訪れる市場ですべて購入すれば一つの市場を訪れる旅費だけですむが，商品の購入額が高くなることがある。最も望ましいのは最初に訪れた市場の価格が一番低く，必要な量を十分に供給してくれることであるが，他の市場の状況が一切不明であるために，これはまったく偶然に依存する。このような環境のもとでは，それぞれの購入者は自己の信念にしたがって明確な方針を定め，その方針にしたがって行動しなければならない。

ある購入者が次のような行動の基準を設定した。その基準とは，(1) 想定価格より低ければできるだけ早く購入を完了する，(2) 想定価格より高ければ2回目に訪れた市場以降で購入を完了する，である。この基準で行動する購入者の支出は市場や旅費の状況によってどのように変化するであろうか。購入者の想定価格は通常現在の一般的な仕入れ価格や購入後の販売価格を考慮したもので，ここでは $p_i^*$ と表す。まず商品が1種類のときについて考える。

---

(6) 遠隔地市場でもときには市場間競争により価格が類似したり相互に影響しあうことがある。Haining (1984) には同じ都市内での専門店を対象とした競争の研究例がみられるが，ここでは市場間相互の影響は存在しないと仮定している。

(7) 市場で供給者と交渉して価格や取引量を決める購入者は，購入量の多少にかかわらず現地に赴かねばならず，不確定な市場を任意に移動する。

ここでは $ABC$ の順に巡る場合を仮定すれば[8]，最初の $A$ 市場での購入者の行動は，想定価格と市場価格との差異によって異なる。①$p_A > p^*$ であれば購入せず，②$p_A \leqq p^*$ であれば購入する。もし $p_A \leqq p^*$ であれば次に必要量と $A$ での購入者に対する供給可能量の最大値との大小が問題になり，③$q_{A\max} < Q$ であれば，$(Q - q_{A\max})$ は次の市場に依存し，④$q_{A\max} \geqq Q$ であれば，$A$ 市場で調達は完了する。$A$ 市場で調達が完了するのは②④の場合，すなわち $p_A \leqq p^*$，$Q \leqq q_{A\max}$，$Q = q_A$ のときであり，支出額は

$$G = q_A p_A + k_{OA} + k_{AO} \tag{4}$$

である。②③の場合，すなわち $p_A \leqq p^*$，$q_{A\max} < Q$ であれば，$A$ 市場での支出額は $q_A p_A = q_{A\max} p_A$ であり，$(Q - q_{A\max})$ は次の市場で調達しなければならず，総支出額 $G$ は決まらない。

①や②③の場合には $B$ 市場に行くことになるが，(2) 想定価格より高ければ2回目に訪れた市場以降で購入を完了する，という購入基準のために，$p_B > p^*$ でも必要量を可能な限り調達する。$B$ での最大供給量 $q_{B\max}$ を，(a) $q_{B\max} < (Q - q_{A\max})$，(b) $(Q - q_{A\max}) \leqq q_{B\max} < Q$，(c) $Q \leqq q_{B\max}$ と分ければ，(c) では①と②③の両者が，(b) では②③のみが調達を完了するが，(a) では②③もさらに $C$ 市場へ行く。(c) のとき②③の支出額は

$$G = q_{A\max} p_A + (Q - q_{A\max}) p_B + h_{AB} + k_{OA} + k_{BO} \tag{5}$$

で，$(Q - q_{A\max}) = q_B$，$Q \leqq q_{B\max}$ の関係が成立し，(c) のとき①の支出額は

$$G = q_B p_B + h_{AB} + k_{OA} + k_{BO} \tag{6}$$

で，$q_B = Q \leqq q_{B\max}$ の関係が成立する。(b) では②③の支出額は

$$G = q_{A\max} p_A + (Q - q_{A\max}) p_B + h_{AB} + k_{OA} + k_{BO} \tag{7}$$

で，$(Q - q_{A\max}) = q_B \leqq q_{B\max} < Q$ の関係が成立し，支出額は (5) と同額である。①

（8） 遠距離を航空機で旅行するときその料金は通常飛行距離に比例する。多数の遠距離市場が存在し，絶えず出発地点に戻ることを前提に，どの市場を訪れるかを航空運賃や時間的経費で検討するさい，「平面上で多数の地点へ移動する距離の合計を最小にする場所に施設を設ける」という Weber の古典的な問題が示唆を与えてくれる。Chen, Hansen, Jaumard and Tuy (1992) には Weber 問題の研究の一例がみられる。

は $q_B p_B$ 額購入するが,$(Q-q_{B\max})$ を調達するために $C$ 市場に行く。(a) では②③は $q_B p_B$ 額購入するが，まだ $(Q-q_{A\max}-q_{B\max})$ 不足し，①も $q_B p_B$ 額購入するが,$(Q-q_{B\max})$ 不足し，いずれも $C$ 市場に行く。

①(b)，②③(a)，①(a) の場合 $C$ 市場に行くが，ここでは必要量 $Q$ はさほど多くないためにいずれの場合も $C$ で調達はすべて完了すると仮定する。このとき①(b) の支出額は

$$G = q_B p_B + (Q-q_{B\max})p_C + h_{AB} + h_{BC} + k_{OA} + k_{CO} \tag{8}$$

で，$q_B \leqq q_{B\max} < Q$，$(Q-q_{B\max}) = q_C \leqq q_{C\max}$ の関係が成立し，②③(a) の支出額は

$$G = q_{A\max} p_A + q_{B\max} p_B + (Q-q_{A\max}-q_{B\max})p_C + h_{AB} + h_{BC} + k_{OA} + k_{CO} \tag{9}$$

で，$q_{B\max} < (Q-q_{A\max})$，$(Q-q_{A\max}-q_{B\max}) = q_C \leqq q_{C\max}$ の関係が成立し，①(a) の支出額は

$$G = q_B p_B + (Q-q_{B\max})p_C + h_{AB} + h_{BC} + k_{OA} + k_{CO} \tag{10}$$

で，$q_{B\max} < (Q-q_{A\max})$，$(Q-q_{B\max}) = q_C \leqq q_{C\max}$ の関係が成立する。

### 2−2. 商品が1種類のときの支出額の比較

調達が完了するのは $ABC$ 3市場のいずれかであるが，価格や供給量の差異によって支出額が異なる。どれだけ差異が生じているであろうか。結果をまとめれば，$A$ 市場で調達が完了するのは②④の場合であり，支出額は

$$G = q_A p_A + k_{OA} + k_{AO} \tag{4}$$

で，$p_A \leqq p^*$，$Q \leqq q_{A\max}$，$q_A = Q$，のときであり，$B$ 市場で調達が完了するのは三つの場合であり，②③(c) の支出額は

$$G = q_{A\max} p_A + (Q-q_{A\max})p_B + h_{AB} + k_{OA} + k_{BO} \tag{5}$$

で,$(Q-q_{A\max}) = q_B$，$Q \leqq q_{B\max}$ の関係が成立し，①(c) の支出額は

$$G = q_B p_B + h_{AB} + k_{OA} + k_{BO} \tag{6}$$

で，$q_B = Q \leqq q_{B\max}$ の関係が成立する。②③(b) の支出額は

$$G = q_{A\max} p_A + (Q-q_{A\max})p_B + h_{AB} + k_{OA} + k_{BO} \tag{7}$$

で，$(Q-q_{A\max}) = q_B \leqq q_{B\max} < Q$ の関係が成立する。他の場合はすべて $C$ 市場で

完了し，① (b) の支出額は

$$G = q_B p_B + (Q - q_{B\max}) p_C + h_{AB} + h_{BC} + k_{OA} + k_{CO} \tag{8}$$

で，$(Q - q_{B\max}) = q_C \leqq q_{C\max}$ の関係が成立し，②③ (a) の支出額は

$$G = q_{A\max} p_A + q_{B\max} p_B + (Q - q_{A\max} - q_{B\max}) p_C + h_{AB} + h_{BC} + k_{OA} + k_{CO} \tag{9}$$

で，$(Q - q_{A\max} - q_{B\max}) = q_C \leqq q_{C\max}$ の関係が成立し，① (a) の支出額は

$$G = q_B p_B + (Q - q_{B\max}) p_C + h_{AB} + h_{BC} + k_{OA} + k_{CO} \tag{10}$$

で，$(Q - q_{B\max}) = q_C \leqq q_{C\max}$ の関係が成立する。

まず $A$ 市場で調達が完了する②④と $B$ 市場で調達が完了する②③(c) の支出額を比較してみよう。(4) から (5) を引き，$q_A = Q$ を代入すれば，

$$\begin{aligned} & q_A p_A + k_{AO} - \left\{ q_{A\max} p_A + (Q - q_{A\max}) p_B + h_{AB} + k_{BO} \right\} \\ & = Q\,(p_A - p_B) - q_{A\max}(p_A - p_B) + k_{AO} - h_{AB} - k_{BO} \\ & = (Q - q_{A\max})(p_A - p_B) + k_{AO} - h_{AB} - k_{BO} \end{aligned} \tag{11}$$

である。右辺が負になれば②④の支出が少ないことになるが，右辺の正負は $(Q - q_{A\max})(p_A - p_B)$ と $(k_{AO} - h_{AB} - k_{BO})$ の比較によって決まる。$Q > q_{A\max}$ であるために，$p_A < p_B$，$k_{AO} < (h_{AB} + k_{BO})$ であれば右辺の二つの項が負になるために②④の支出が少ない。$p_A > p_B$，$k_{AO} > (h_{AB} + k_{BO})$ であれば右辺の二つの項が正になるために②③(c) の支出が少ない。しかし $p_A < p_B$，$k_{AO} > (h_{AB} + k_{BO})$ や $p_A > p_B$，$k_{AO} < (h_{AB} + k_{BO})$ であれば右辺の二つの項の大小によって正負が決まる。右辺の第1項は商品の購入額を，第2項は旅費を表しているために，$B$ 市場へ行くことにより価格がより低くなれば，$B$ 市場へ来たことが支出を少なくする可能性を生むが，旅費と商品購入額との差異がどの程度であるかによって，支出の大小を決定する。

次に $A$ 市場で調達が完了する②④と $B$ 市場で調達が完了する① (c) の支出額を比較してみよう。(4) から (6) を引き，$q_A = Q$，$q_B = Q$ を代入すれば，

$$q_A p_A + k_{OA} + k_{AO} - \left\{ q_B p_B + h_{AB} + k_{OA} + k_{BO} \right\} = Q\,(p_A - p_B) + k_{AO} - h_{AB} - k_{BO} \tag{12}$$

であり，右辺の正負は $Q\,(p_A - p_B)$ と $(k_{AO} - h_{AB} - k_{BO})$ の比較によって決まる。一般には $B$ 市場を経由すれば $A$ 市場から帰る場合より旅費は高くなる，ここでは

他の市場を訪れることが多くなれば旅費が増大すると仮定し，これを「市場迂回による旅費の逓増原則」と呼べば，$k_{AO} < h_{AB} + k_{BO}$ であり，$p_A < p_B$ であれば，②④の支出が①（c）より少なくなる。①（c）の支出が②④より少なくなるのは，$p^* \geqq p_A > p_B$ で $B$ 市場の価格が著しく低く，$Q(p_A - p_B) < h_{AB} + k_{BO} - k_{AO}$ となるときである。

次に $A$ 市場で調達が完了する②④と $C$ 市場で調達が完了する②③（a）の支出額を比較してみよう。(4) から (9) を引けば，

$$\begin{aligned} &q_A p_A + k_{OA} + k_{AO} - \Big\{ q_{A\max} p_A + q_{B\max} p_B + (Q - q_{A\max} - q_{B\max}) p_C \\ &\qquad\qquad\qquad\qquad + h_{AB} + h_{BC} + k_{OA} + k_{CO} \Big\} \\ &= (Q - q_{A\max}) p_A - \Big\{ q_{B\max} p_B + (Q - q_{A\max} - q_{B\max}) p_C \Big\} \\ &\qquad\qquad\qquad\qquad + \Big\{ k_{AO} - (h_{AB} + h_{BC} + k_{CO}) \Big\} \end{aligned} \tag{13}$$

であり，(13) の右辺第 1 項は $q_{A\max} < Q$ より正で，第 3 項は一般に旅費の逓増により負，第 2 項も負であるために，$(Q - q_{A\max})$ が相対的に大きいか，$p_A$ が相対的に大きいときに右辺が正になる。すなわち $A$ 市場の価格が想定価格より低いが，供給量が不十分で $B$ と $C$ 市場を訪れるとき，$A$ 市場で充足されない部分が相対的に多く，$B$ や $C$ の価格が $A$ 市場の価格よりも大幅に低いとき，$A$ 市場で充足されないで $B$ や $C$ に行くことが有利である，ことを示している。

### 2−3. 商品が 2 種類のときの支出額

商品が 2 種類のときはどうであろうか。商品の数が増加すると価格と供給量の点で判断が複雑になるために，2 商品のさいには，(1) 市場価格 $p_{ij}$ $(i = 1, 2 : j = A, B, C)$ が想定価格 $p_i^*$ $(i = 1, 2)$ より低ければその市場で必要量 $Q_i$ を購入する，(2) 各市場の最大供給量 $q_{ij\max}$ は市場規模が大きいので，常に必要量 $Q_i$ を上回り，$Q_i < q_{ij\max}$ であり，市場を巡る順序は $ABC$ である，と仮定する。このような状況のもとでは，価格のみが検討の対象になる。

最初に行く $A$ 市場では，価格は，①$p_{1A} > p_1^*$，②$p_{1A} \leqq p_1^*$，③$p_{2A} > p_2^*$，④$p_{2A} \leqq p_2^*$ の四つの可能性があり，②④では二つの商品が，②③では第 1 商品のみ

が，①④では第2商品のみが購入され，①③ではどの商品も購入されない。$A$ 市場で支出額が決まるのは②④だけで，支出額 $G$ は，

$$G = q_{1A}p_{1A} + q_{2A}p_{2A} + k_{OA} + k_{AO} \tag{14}$$

であり，$q_{1A} = Q_1 < q_{1\max}$，$q_{2A} = Q_2 < q_{2\max}$ であるために，(14) は，

$$G = Q_1 p_{1A} + Q_2 p_{2A} + k_{OA} + k_{AO} \tag{15}$$

となる。他の場合は $B$ 市場へ行くが，$B$ 市場の価格は $A$ 市場と同様に (a) $p_{1B} > p_1^*$，(b) $p_{1B} \leqq p_1^*$，(c) $p_{2B} > p_2^*$，(d) $p_{2B} \leqq p_2^*$ の四つの可能性があり，(b)(d) では②③，①④，①③の3者が，(b)(c) では①④が，(a)(d) では②③が，購入を完了するが，(a)(c) ではいずれも購入せず，$C$ 市場へ行く。

## 3. 価格と供給量が確率分布に従うときの支出額の推定

各市場の価格や供給量は不明確であるが，過去の状況を分析すればある程度推定が可能である。以下では過去の価格と供給量の確率的な動きを分析し，一定の確率分布を抽出した後の支出額の推定値を考える。

### 3−1. 1商品の支出額の推定値

上記の1商品の例で②④となるのは $p_A \leqq p^*$, $Q \leqq q_{A\max}$ のときであるが，この価格と供給量は過去の経験的な資料から分布関数として表現することが可能であり，$p_j$ ($j=A, B, C$)，$q_j$ ($j=A, B, C$) がすべて連続であれば，$p_A$ が $p^*$ より低くなる確率は，

$$F_A(p^*) = \int_0^{p^*} \pi(x)dx \tag{16}$$

であり，$q_{A\max}$ が $Q$ より大きくなる確率は

$$F_A(q_{A\max}) = \int_Q^{q_{A\max}} \pi(y)dy \tag{17}$$

である。$F_A(p^*)$ と $F_A(q_{A\max})$ は分布関数，$\pi(p^*)$ と $\pi(q_{A\max})$ は密度関数である。したがって $p_A \leqq p^*$，$Q \leqq q_{A\max}$ が成立する確率は $F_A(p^*) \times F_A(q_{A\max})$ である。②

④の状況のとき$p_A \leqq p^*$，$Q \leqq q_{A\max}$に対応する支出額は (4) に示されており，それぞれの価格や供給量に対応する期待支出額$E$(②④)は

$$E(②④) = \pi(p_A)\,\pi(q_A)\left\{Qp_A + k_{OA} + k_{AO}\right\} \tag{18}$$

である。

$p_A \leqq p^*$，$Q \leqq q_{A\max}$に対応する②④の総期待支出額$RE$(②④)は

$$RE(②④) = \int_0^{p^*}\int_Q^{q_{A\max}} \pi(x)\pi(y)\left\{Q_x + k_{OA} + k_{AO}\right\}dxdy \tag{19}$$

であり，$Q \leqq q_{A\max}$の範囲内では購入量は常に一定であるが，価格は$p_A \leqq p^*$の範囲内で変化する。すなわち$p_A$が低くなれば，$\left\{Qp_A + k_{OA} + k_{AO}\right\}$は小さくなる。(19) を正確に計算するのが困難なときは，簡単化のために，$p_A \leqq p^*$の平均価格$p_A^{☆}$を推定し，$p_A \leqq p^*$の総確率に$Q \leqq q_{A\max}$の総確率を掛け，概算総期待支出額$SE$(②④)

$$SE(②④) = F_A(p^*) \times F_A(q_{A\max})\left\{Qp_A^{☆} + k_{OA} + k_{AO}\right\} \tag{20}$$

を計算することができる。

$B$市場で調達が完了するのは三つの場合であるが，これらについても同様にそれぞれの総期待支出額を計算することができる。②③(c) の総期待支出額$RE$(②③(c))は

$$RE(②③(c)) = \int_0^{p^*}\int_0^{q_{A\max}}\int_Q^{q_{B\max}} \pi(x)\pi(y)\pi(z)\left\{xy + (Q-y)\,p_B + h_{AB} + k_{OA} + k_{BO}\right\}dxdydz \tag{21}$$

であり，このとき

$x = p_A$，$p_A \leqq p^*$，$y = q_A$，$q_A = q_{A\max} < Q$，$q_B = z$，

$q_B = (Q - q_{A\max})$，$Q \leqq q_{B\max}$，

の関係が成立する。①(c) の総期待支出額$RE$(①(c))は

$$RE(①(c)) = \int_{p^*}^{\infty}\int_Q^{q_{B\max}} \pi(x)\pi(z)\left\{Qp_B + h_{AB} + k_{OA} + k_{BO}\right\}dxdz \tag{22}$$

であり，このとき

$$x=p_A,\quad p_A>p^*,\quad q_B=z,\quad q_B=Q\leqq q_{B\max}$$

の関係が成立する。②③(b) の総期待支出額 $RE$(②③(b))は

$$RE(②③(\mathrm{b}))=\int_0^{p^*}\int_0^{q_{A\max}}\int_{Q-q_{A\max}}^{Q}\pi(x)\pi(y)\pi(z)\Big\{xy$$

$$+(Q-y)\,p_B+h_{AB}+k_{OA}+k_{BO}\Big\}dxdydz \qquad (23)$$

であり，このとき

$$x=p_A,\quad p_A\leqq p^*,\quad y=q_A,\quad q_{A\max}<Q,\quad q_B=z,$$

$$(Q-q_{A\max})=q_B\leqq q_{B\max}<Q$$

の関係が成立する。

$C$ 市場で完了するのは他の三つの場合であり，①(b) の総期待支出額 $RE$(①(b))は

$$RE(①(\mathrm{b}))=\int_{p^*}^{\infty}\int_0^{q_{B\max}}\pi(x)\pi(z)\Big\{zp_B+(Q-z)p_C$$

$$+h_{AB}++h_{BC}+k_{OA}+k_{CO}\Big\}dxdz \qquad (24)$$

であり，このとき

$$x=p_A,\quad p_A>p^*,\quad z=q_B,\quad q_{B\max}<Q,\quad (Q-q_{B\max})=q_C\leqq q_{C\max}$$

の関係が成立する。②③(a) の総期待支出額 $RE$(②③(a))は

$$RE(②③(\mathrm{a}))=\int_0^{p^*}\int_0^{q_{A\max}}\int_0^{q_{B\max}}\pi(x)\pi(y)\pi(z)\Big\{xy+zp_B$$

$$+(Q-y-z)\,p_C+h_{AB}+h_{BC}+k_{OA}+k_{CO}\Big\}dxdydz \qquad (25)$$

であり，このとき

$$x=p_A,\quad p_A\leqq p^*,\quad y=q_A,\quad q_{A\max}<Q,\quad z=q_B,$$

$$q_B=q_{B\max}<(Q-q_{A\max})<Q,\quad (Q-q_{A\max}-q_{B\max})=q_C\leqq q_{C\max}$$

の関係が成立する。①(a) の総期待支出額 $RE$(①(a))は

$$RE(①(\mathrm{a}))=\int_{p^*}^{\infty}\int_0^{q_{B\max}}\pi(x)\pi(z)\Big\{zp_B+(Q-z)p_C$$

$$+h_{AB}+h_{BC}+k_{OA}+k_{CO}\Big\}dxdz \qquad (26)$$

であり，このとき

$$x = p_A,\quad p_A > p^*,\quad z = q_B,\quad q_B = q_{B\max} < Q,\quad (Q - q_{B\max}) = q_C \leqq q_{C\max}$$

の関係が成立する。

購入行動の基準に従い，$C$ 市場が大きく十分な供給量を有していれば，上記の場合をすべて合計すれば，購入者の支出額の期待値が計算できる。すなわち 1 商品の支出額期待値 $EXP(1)$ は

$$\begin{aligned} EXP(1) = {} & RE(②④) + RE(②③(c)) + RE(①(c)) + RE(②③(b)) \\ & + RE(①(b)) + RE(②③(a)) + RE(①(a)) \end{aligned} \tag{27}$$

である。

### 3−2. 2 商品の支出額の推定値

2 商品のさいにはどうであろうか。ここでは上記の行動基準と市場の状況に加え，$C$ 市場に行くときは，旅費の問題から，どのような価格でも必要量をすべて購入する，という仮定を追加する。このとき(1) 市場価格 $p_{ij}$ ( $i = 1, 2$ ：$j = A, B, C$ ) が想定価格 $p_i^*$ ( $i = 1, 2$) より低ければその市場で必要量 $Q_i$ を購入する，(2) 各市場の最大供給量 $q_{ij\max}$ は市場規模が大きいので，常に必要量 $Q_i$ を上回り，$Q_i < q_{ij\max}$ であり，市場を巡る順序は $ABC$ である，(3) $C$ 市場ではどのような価格でも必要量 $Q_i$ をすべて購入する，という前提のもとで支出額が推定される。

最初に行く $A$ 市場では，価格は，① $p_{1A} > p_1^*$，② $p_{1A} \leqq p_1^*$，③ $p_{2A} > p_2^*$，④ $p_{2A} \leqq p_2^*$ の四つの可能性があり，②④では二つの商品が，②③では第 1 商品のみが，①④では第 2 商品のみが購入され，①③ではどの商品も購入されない。$A$ 市場で支出額が決まるのは②④だけで，総期待支出額 $RE(②④)$ は,

$$RE(②④) = \int_0^{p_1^*}\int_0^{p_2^*} \pi(x)\pi(y)\left\{Q_1 x + Q_2 y + k_{OA} + k_{AO}\right\} dxdy \tag{28}$$

であり，このとき

$$x = p_{1A},\quad p_{1A} \leqq p_1^*,\ y = p_{2A},\quad p_{2A} \leqq p_2^*,\quad q_{1A} = Q_1 < q_{1A\max},$$
$$q_{2A} = Q_2 < q_{2A\max}$$

の関係が成立する。

他の場合は $B$ 市場へ行くが，$B$ 市場の価格は $A$ 市場と同様に (a) $p_{1B} > p_1^*$，(b) $p_{1B} \leqq p_1^*$，(c) $p_{2B} > p_2^*$，(d) $p_{2B} \leqq p_2^*$ の四つの可能性があり，②③の購入が決まるのは (a)(d) と (b)(d) とで，総期待支出額 $RE$(②③(d))は，

$$RE(②③(\mathrm{d})) = \int_0^{p_1^*}\int_{p_2^*}^{\infty}\int_0^{p_2^*}\pi(x)\pi(y)\pi(w)\Big\{Q_1x+Q_2w + k_{AB}+k_{OA}+k_{BO}\Big\}dxdydw \tag{29}$$

であり，このとき

$x=p_{1A}$， $p_{1A} \leqq p_1^*$， $y=p_{2A}$， $p_{2A} > p_2^*$， $q_{1A}=Q_1 < q_{1A\max}$，
$w=p_{2B}$， $p_{2B} \leqq p_2^*$， $q_{2B}=Q_2 < q_{2B\max}$

の関係が成立する。①④の購入が決まるのは (b)(d) と (b)(c) で，総期待支出額 $RE$(①④(b))は，

$$RE(①④(\mathrm{b})) = \int_{p_1^*}^{\infty}\int_0^{p_2^*}\int_0^{p_1^*}\pi(x)\pi(y)\pi(v)\Big\{Q_2y+Q_1v + k_{AB}+k_{OA}+k_{BO}\Big\}dxdydv \tag{30}$$

であり，このとき

$x=p_{1A}$， $p_{1A} > p_1^*$， $y=p_{2A}$， $p_{2A} \leqq p_2^*$， $q_{2A}=Q_2 < q_{2A\max}$，
$v=p_{1B}$， $p_{1B} \leqq p_1^*$， $q_{1B}=Q_1 < q_{1B\max}$

の関係が成立する。①③の購入が決まるのは (b)(d) で，総期待支出額 $RE$(①③(b)(d))は，

$$RE(①③(\mathrm{b})(\mathrm{d})) = \int_{p_1^*}^{\infty}\int_{p_2^*}^{\infty}\int_0^{p_1^*}\int_0^{p_2^*}\pi(x)\pi(y)\pi(v)\pi(w)\Big\{Q_1v+Q_2w + k_{AB}+k_{OA}+k_{BO}\Big\}dxdydvdw \tag{31}$$

であり，このとき

$x=p_{1A}$， $p_{1A} > p_1^*$， $y=p_{2A}$， $p_{2A} > p_2^*$， $v=p_{1B}$， $p_{1B} \leqq p_1^*$，
$q_{1B}=Q_1 < q_{1B\max}$， $w=p_{2B}$， $p_{2B} \leqq p_2^*$， $q_{2B}=Q_2 < q_{2B\max}$

の関係が成立する。

$C$ 市場へ行くのは (a) (c) の場合で，このとき②③，①④，①③，のいずれも購入せずに $C$ 市場へ行くが，仮定(3)より，$C$ 市場ではすべて購入を完了する。②③の総期待支出額 $RE$(②③(a)(c))は,

$$RE(②③(a)(c)) = \int_0^{p_1^*}\int_{p_2^*}^{\infty}\int_{p_1^*}^{\infty}\int_{p_2^*}^{\infty}\pi(x)\pi(y)\pi(v)\pi(w)\Big\{Q_1x+Q_2p_{2C} + k_{AB}+k_{BC}+k_{OA}+k_{CO}\Big\}dxdydvdw \qquad (32)$$

であり，このとき

$x=p_{1A}$， $p_{1A} \leqq p_1^*$， $q_{1A} = Q_1 < q_{1A\max}$， $y = p_{2A}$， $p_{2A} > p_2^*$，

$v = p_{1B}$， $p_{1B} > p_1^*$， $w = p_{2B}$， $p_{2B} > p_2^*$， $q_{2C} = Q_2 < q_{2C\max}$

の関係が成立する。①④の総期待支出額 $RE$(①④(a)(c))は,

$$RE(①④(a)(c)) = \int_{p_1^*}^{\infty}\int_0^{p_2^*}\int_{p_1^*}^{\infty}\int_{p_2^*}^{\infty}\pi(x)\pi(y)\pi(v)\pi(w)\Big\{Q_1p_{1C}+Q_2y + k_{AB}+k_{BC}+k_{OA}+k_{CO}\Big\}dxdydvdw \qquad (33)$$

であり，このとき

$x=p_{1A}$， $p_{1A} > p_1^*$， $y = p_{2A}$， $p_{2A} \leqq p_2^*$， $q_{2A} = Q_2 < q_{2A\max}$，

$v = p_{1B}$， $p_{1B} > p_1^*$， $w = p_{2B}$， $p_{2B} > p_2^*$， $q_{1C} = Q_1 < q_{1C\max}$

の関係が成立する。①③の総期待支出額 $RE$(①③(a)(c))は,

$$RE(①③(a)(c)) = \int_{p_1^*}^{\infty}\int_{p_2^*}^{\infty}\int_{p_1^*}^{\infty}\int_{p_2^*}^{\infty}\pi(x)\pi(y)\pi(v)\pi(w)\Big\{Q_1p_{1C}+Q_2p_{2C} + k_{AB}+k_{BC}+k_{OA}+k_{CO}\Big\}dxdydvdw \qquad (34)$$

であり，このとき

$x=p_{1A}$， $p_{1A} > p_1^*$， $y = p_{2A}$， $p_{2A} > p_2^*$， $v = p_{1B}$， $p_{1B} > p_1^*$，

$w = p_{2B}$， $p_{2B} > p_2^*$， $q_{1C} = Q_1 < q_{1C\max}$， $q_{2C} = Q_2 < q_{2C\max}$

の関係が成立する。

上記の購入行動と市場の状況に従えば，2 商品の支出額の総期待値が計算できる。すなわち 2 商品の支出額期待値 $EXP(2)$ は

$$EXP(2) = RE(②④) + RE(②③(d)) + RE(①④(b)) + RE(①③(b)(d))$$

$$+RE(②③(a)(c))+RE(①④(a)(c))+RE(①③(a)(c)) \quad (35)$$

である。

## 参考文献


Beesley, M. E., “The Value of Time Spent in Travelling: Some New Evidence”, Economica, New Series, 32 (1965), 174-85.

Bertsimas, Dimitris J., “A Vehicle Routing Problem with Stochastic Demand”, Operations Research, 40 (1992), 574-85.

Button, Kenneth J., Transport Economics, 2nd Edition, Edward Elgar, 1993.

Chen, Pey-Chun, Pierre Hansen, Brigitte Jaumard and Hoang Tuy, “Webers Problem with Attraction and Repulsion”, Journal of Regional Science, 32 (1992), 467-86.

Desrochers, Martin, Jacques Desrosiers, and Marius Solomon, “A New Optimization Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Time Windows”, Operations Research, 40 (1992), 342-54.

Dumas, Yvan, Jacques Desrosiers and Eric Gelinas, “An Optimal Algorithm for the Traveling Salesman Problem with Time Windows”, Operations Research, 43 (1995), 367-71.

Eiselt, H. A., Michel Gendreau and Gilbert Laporte, “Arc Routing Problems, Part 1 : the Chinese Postman Problem”, Operations Research, 43 (1995), 231-42.

Gendreau, Michel, Gilbert Laporte and Ren Sguin, “A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands and Customers”, Operations Research, 44 (1996), 469-77.

Haining, Robert, “Testing a Spatial Interacting-Markets Hypothesis”, Review of Economics and Statistics, 66 (1984), 576-83.

Inaba, Fred S. and Nancy E. Wallace, “Spatial Price Competition and the Demand for Freight Transportation”, Review of Economics and Statistics, 71 (1989), 614-25..

Kristensen, Gustav and Zygmunt Tkocz, “The Determinants of Distance to Shopping Centers in an Urban Model Context,” Journal of Regional Science, 34 (1994), 425-43.

Li, Chung-Lun, David Simchi-Levi and Martin Desrochers, “On the Distance Constrained Vehicle Routing Problem”, Operations Research, 40 (1992), 790-99.

Moses, Leon N. and Harold F. Williamson, Jr., “Value of Time, Choice of Mode, and the Subsidy Issue in Urban Transportation”, Journal of Political Economy, 71 (1963), 247-64.